Séance 3 Séries de Fourier

1 Séries de Fourier

Calculer les séries de Fourier des signaux 2π-périodiques suivants :

1. $f(t) = t^2 + 1$ pour $t \in [-\pi;\pi]$
2. $f(t) = e^t$ pour $t \in [0;2\pi]$
3. Créneaux : $f(t) = 1$ pour $t \in [0,\alpha]$ et $f(t) = 0$ pour $t \in [\alpha,2\pi]$
4. $f(t) = A|\sin(t)|$ pour $t \in [0;2\pi]$

2 Calcul de Séries

2.1 Créneaux

1. Soit $f(t) = 1$ pour $t \in [0,\pi]$ et $f(t) = -1$ pour $t \in [\pi,2\pi]$. Calculer les coefficients de la série de Fourier.
2. Exprimer f(t) sous la forme d'une série de Fourier.
3. Évaluer $f(\pi/2)$ avec les deux expressions de f.
4. Montrer que $\pi = 4\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$

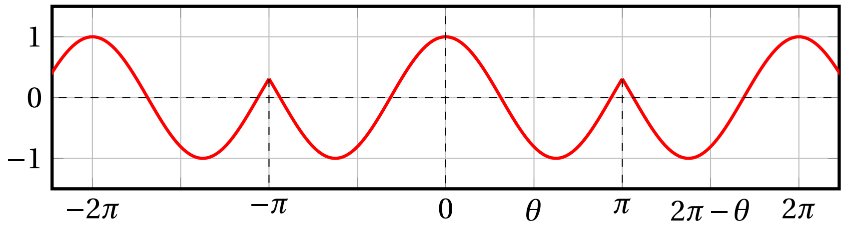
2.2 Triangles

1. Soit $f(t) = t$ pour $t \in [0,\pi]$ et $f(t) = 2\pi - t$ pour $t \in [\pi,2\pi]$. Calculer les coefficients de la série de Fourier.
2. Exprimer f(t) sous la forme d'une série de Fourier.
3. Évaluer $f(0)$ avec les deux expressions de f.

4. Montrer que $\pi^2 = 8\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{1}{(2n+1)^2}$

2.3 $\cos(\alpha)t$

Soit une fonction 2π périodique définie sur $[-\pi;\pi]$ par $u(t) = \cos(\alpha t)$



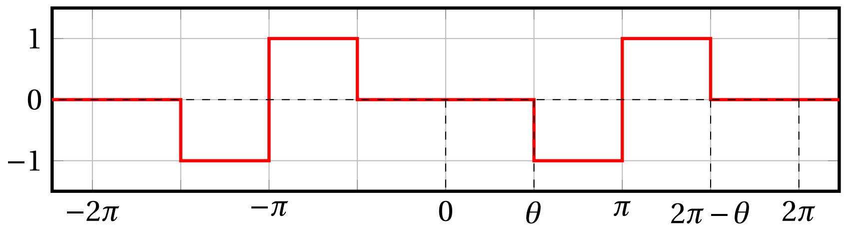
Graphique de $u(t)$ pour $\alpha = 1.6$

1. Déterminer le développement en série de Fourier de u(t).

2. En déduire l'égalité $\frac{\pi}{\tan(\alpha\pi)} = \frac{1}{\alpha} + 2\alpha\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{1}{\alpha^2 - k^2}$

3 Puissance d'harmoniques

1. Soit le graphique v(t) suivant :



2. Donner l'équation de $v(t)$ sur $[0;2\pi]$.

3. Calculer le développement de v(t) en séries de Fourier.

4. Déterminer la valeur θ telle que l'harmonique 5 du signal $v(t)$ soit nulle.