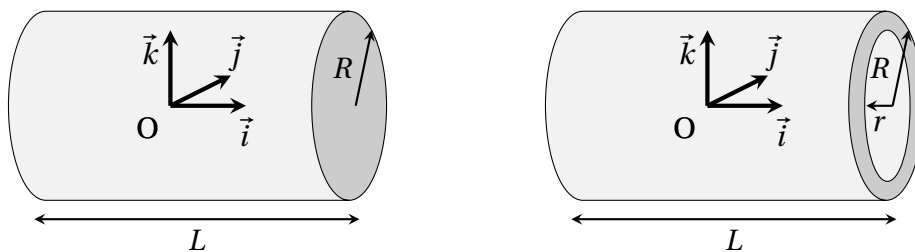


## Séance 7 Centres et moment d'inertie

### 1 Cylindre plein et cylindre creux

On considère un cylindre de révolution plein et homogène de masse  $m$ , de rayon  $R$  et de hauteur  $L$ .

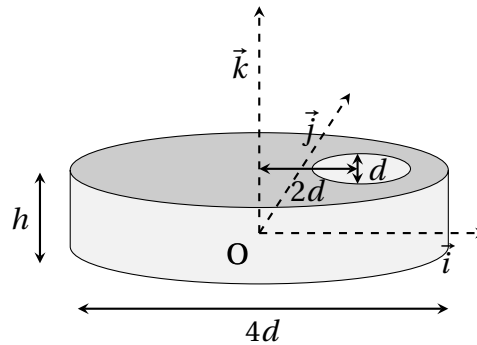
Le repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de l'espace, est placé au niveau du centre d'inertie du cylindre et l'axe  $(O, \vec{i})$  est son axe de révolution.



1. Déterminer l'opérateur d'inertie du cylindre, au point  $O$ , dans la base  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .
2. Quelle relation entre  $R$  et  $L$  permet d'avoir 3 fois les mêmes valeurs propres (ici l'opérateur d'inertie est diagonal) ? On dit alors que l'opérateur d'inertie est sphérique.
3. On considère maintenant un trou dans le cylindre de rayon  $r$ . Déterminer la matrice d'inertie du cylindre creux.

### 2 Cylindre évidé

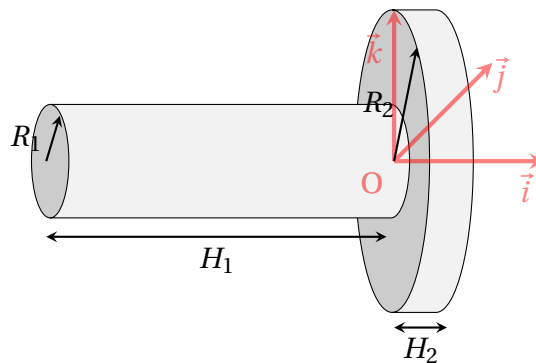
L'objet de notre étude est un petit système bielle manivelle. On s'intéresse au maneton du vilebrequin. Pour cela on considère un cylindre de révolution comprenant un évidement cylindrique défini ci-dessous.



1. Déterminer la position du centre de gravité de ce solide.
2. Déterminer le moment d'inertie  $I(G, z)$ .
3. Application numérique :  
 Le matériau utilisé pour fabriquer cette pièce est de l'acier (masse volumique  $7800 \text{ kg/m}^3$ ) avec  $d = 25 \text{ mm}$  et  $h = 20 \text{ mm}$

### 3 Constantes d'inertie d'un arbre étagé

l'arbre comme le montre la perspective figure 1 (homogène de masse volumique  $\rho$ ) est constitué de deux cylindres (un premier cylindre de masse  $m_1$ , de rayon  $R_1$  et de hauteur  $H_1$ ) et (un deuxième cylindre de masse  $m_2$ , de rayon  $R_2$  et de hauteur  $H_2$ ) :



1. Calculer  $\vec{OG}_1$  la position du centre d'inertie du cylindre 1.
2. Calculer  $\vec{OG}_2$  la position du centre d'inertie du cylindre 2.
3. Calculer la position du centre d'inertie global.
4. Calculer l'opérateur d'inertie du cylindre 1 en  $G_1$ .
5. En utilisant le théorème de Huygens, calculer l'opérateur d'inertie du cylindre 1 en  $O$ .
6. Calculer l'opérateur d'inertie du cylindre 2 en  $G_2$ .

7. En utilisant le théorème de Huygens, calculer l'opérateur d'inertie du cylindre 2 en  $O$ .
8. Calculer la matrice d'inertie totale  $\underline{\underline{I}}(O) = \underline{\underline{I}}(O, 1) + \underline{\underline{I}}(O, 2)$