Séance 5 Intégrales multiples - 1

1 Calcul d'intégrales doubles

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\iint_D e^{-x-y} \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \le x \le 1 \text{ et } 1 \le y \le 4\}$.
2. $\iint_D \cos(x+y) \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \le x \le \pi \text{ et } 0 \le y \le \pi/2\}$
3. $\iint_D x e^{-x} \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \le x \le 3 \text{ et } 0 \le y \le 1/x\}$.
4. $\iint_D x \sin(y) \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \le x \le 1 \text{ et } x^2 \le y \le x\}$.
5. $\iint_D x^2 y \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 0 \le y \le x \le 1\}$.
6. $\iint_D \frac{\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{(x+y)^3}$ où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x \ge 1, y \ge 1, x+y \le 3\}$

2 Changement de variable polaire

Pour chacune des intégrales suivantes, représenter graphiquement le domaine d'intégration puis calculer l'intégrale en utilisant un changement de variables en coordonnées polaires.

1. $\iint_D (x^2 + 2xy + 3) \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \le 1\}$.
2. $\iint_D (x^2 + y^2) \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x2 + y2 - 2y \le 0\}$
3. $\iint_D (x^2 - y^2) \mathrm{d}x\mathrm{d}y$ où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x > 0, y > 0, x^2 + y^2 \le 1\}$

4. $\iint_D (x^3 y + y^3)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y > 0, x > -y, x^2 + y^2 \leq 4\}$
5. $\iint_D (x^2 + y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ où $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 - x \leq 0, x^2 + y^2 - y \geq 0\}$