Séance 3 Formes différentielles

1 Formes différentielles

Intégrer les formes différentielles suivantes :

1. $\mathrm{d}f = 2xy\mathrm{d}x + x^2\mathrm{d}y$
2. $\mathrm{d}g = y^2\cos(x)\mathrm{d}x + \left(2y\sin(x) + e^{2z}\right)\mathrm{d}y + 2ye^{2z}\mathrm{d}z$
3. $\mathrm{d}h = 2xe^{x^2-y}\mathrm{d}x - e^{x^2-y}\mathrm{d}y$
4. $\mathrm{d}k = yz^2\mathrm{d}x + (xz^2 + z)\mathrm{d}y + (2xyz + 2z + y)\mathrm{d}z$
5. $\mathrm{d}k = z^2\mathrm{d}x + (xz^2 + z)\mathrm{d}y + (2xyz + 2z + y)\mathrm{d}z$
   Cette forme n'est pas intégrable.

2 Coordonnées sphériques

On considère le changement de variables en coordonnées sphériques suivant :

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi\cos\theta \\ y = r\cos\varphi\sin\theta \\ z = r\sin\varphi \end{cases}$$

1. Calculer $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$, $\mathrm{d}z$.
2. Vérifier que $x\mathrm{d}x + y\mathrm{d}y + z\mathrm{d}z = r\mathrm{d}r$. En déduire $\partial r/\partial x$, $\partial r/\partial y$ et $\partial r/\partial z$.

3 Un peu de thermodynamique

Déduire de la loi des gaz parfaits, $PV = nRT$ ($R = 8,314$ J.mol$^-1$.K$^-1$, est la constante des gaz parfaits), la relation suivante :

$$\frac{\partial V}{\partial T}\cdot\frac{\partial T}{\partial P}\cdot\frac{\partial P}{\partial V} = -1$$

4 Problème

Calculer le travail W de la force $\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} yz \\ xz \\ xy \end{pmatrix}$ le long de l'hélice H paramétrée par $x = \cos(t)$, $y = \sin(t)$ et $z = t$ où t varie de 0 à $\pi/4$.

5 Calcul d'incertitudes

5.1 Bonbons

Un sac contient $1,1 \pm 0,03$ kg de bonbons. Pour estimer le nombre de bonbons présents dans le sac, on pèse un bonbon au hasard et on obtient 15 ± 2g. On suppose que tous les bonbons sont identiques. Calculer le nombre total de bonbons avec une estimation de l'incertitude absolue et relative.

5.2 Béton

On mesure un cube de béton. La mesure d'un côté est $l = 10$cm et la masse $m = 2,2$kg. Nos appareils de mesure nous indiquent $\Delta l = 0,1 cm$ et $\Delta m = 0,1 kg$.

1. Calculer la masse volumique de ce béton en kg.m^{-}3.
2. Calculer une estimation de l'erreur absolue commise avec ces mesures.
3. Calculer une estimation de l'erreur relative commise avec ces mesures.