

Séance 2 Notions d'extrema

1 Points critiques

Trouver les points critiques des fonctions suivantes :

1. $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + 2x + 3y$
2. $f(x, y) = \frac{xy}{(x+1)(y+1)(x+y)}$
3. $f(x, y) = x^2 y^2 (1 + x + 2y)$

2 Maximum, Minimum, point-col ou indéterminé?

1. $f(x, y) = (x-1)^2 + 2y^2$
2. $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$
3. $f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$
4. $f(x, y) = x^3 y + x^3 - x^2 y$
5. $f(x, y) = x^2 - \cos(y)$

3 Problème 1

On désire fabriquer une boîte ayant la forme d'un parallélépipède rectangle, sans couvercle sur le dessus (Longueur $x > 0$, largeur $y > 0$ et hauteur $z > 0$). Le volume de cette boîte doit être égal à $1/2 \text{ m}^3$ et pour optimiser la quantité de matière utilisée, on désire que la somme des aires des faces soit aussi petite que possible. Quelles dimensions doit-on choisir pour fabriquer la boîte?

4 Problème 2

Une firme (en situation de monopole) produit un unique bien qui peut être vendu à deux clients a et b . Si la firme produit la quantité Q_a d'unités de bien pour le client a , alors celui-ci

est disposé à payer le prix unitaire de $50 - 5Q_a$. Si la firme produit la quantité Q_b d'unités de bien pour le client b, alors celui-ci est disposé à payer le prix unitaire de $100 - 10Q_b$. Le coût pour la firme de produire Q unités de bien est $90 + 20Q$.

1. Que représente la fonction Π définie sur $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ par l'expression ci-dessous?

$$\Pi(Q_a, Q_b) = Q_a(50 - 5Q_a) + Q_b(100 - 10Q_b) - (90 + 20(Q_a + Q_b))$$

2. Si la firme veut maximiser son profit, quelle quantité de bien doit-elle produire et vendre à chaque client? Calculer alors le profit maximal.