Séance 1 Rappels sur les matrices

1 Calculer les déterminants suivants

1. $\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

2. $\begin{vmatrix} -1 & -5 & -2 \\ -3 & 3 & -2 \\ -1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$

3. $\begin{vmatrix} -4 & 4 & 8 \\ 4 & 4 & 12 \\ 16 & 0 & -8 \end{vmatrix}$

4. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}$

2 Calcul matriciel

Soit $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -18 & -19 & 9 \\ -30 & -30 & 14 \end{pmatrix}$.

1. Calculer A^2 et vérifier que $A^2 - A - 2I = 0$.

2. En déduire que A est inversible, et calculer A^{-1}.

3. Résoudre les équations $AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $AY = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

4. On pose $P(X) = X^2 - X - 2$. Déterminer le reste de la division de X^5 par $P(X)$, et en déduire l'expression de A^5.

3 Résoudre les systèmes linéaires suivant selon la valeur de λ

1. $\begin{cases} \lambda x + y = 2 \\ (\lambda^2 + 1)x + 2\lambda y = 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} (\lambda + 1)x + (\lambda - 1)y = 1 \\ (\lambda - 1)x + (\lambda + 1)y = 1 \end{cases}$