

Séance 8 Fractions rationnelles

1 Exercice 1

Soit $F(X) = \frac{X^3 + 14X^2 + 55X + 42}{X^4 - 6X^2 - 8X - 3}$. On note $P(X) = X^3 + 14X^2 + 55X + 42$ et $Q(X) = X^4 - 6X^2 - 8X - 3$.

1. Décomposition en éléments simples :

- La fraction F est elle irréductible ? Sinon, effectuer la division euclidienne de P par Q .
- Factoriser P .
- Factoriser Q
- Simplifier F
- Écrire la décomposition en éléments simples de F avec des coefficients A , B et C .
- Identifier les coefficients A , B et C .

2. Calculer $\int_0^1 F(X) dX$

- Calculer les primitives suivantes : $\int \frac{1}{X+1} dX$, $\int \frac{1}{(X+1)^2} dX$, $\int \frac{1}{X-3} dX$
- Calculer $\int_0^1 F(X) dX$

2 Exercice 2

Soit $F(X) = \frac{2X^3 + 6X^2 + 9X + 3}{X^2 + 2X + 2}$. On note $P(X) = 2X^3 + 6X^2 + 9X + 3$ et $Q(X) = X^2 + 2X + 2$.

1. Décomposition en éléments simples :

- La fraction F est elle irréductible ? Sinon, effectuer la division euclidienne de P par Q .
- Mettre le dénominateur sous forme canonique pour préparer le changement de variable.

- Écrire la décomposition en éléments simples de F avec des coefficients A et B .

2. Calculer $\int_0^1 F(X) dX$

- Calculer les primitives suivantes : $\int 2X + 2 dX$, $\int \frac{X-1}{(X+1)^2+1} dX$.
- Calculer $\int_0^1 F(X) dX$